

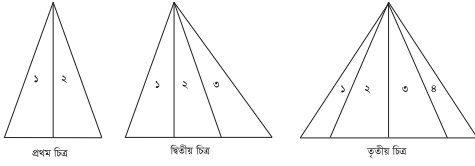
গণিতের অলিগলি

পর্ব : ১৫১

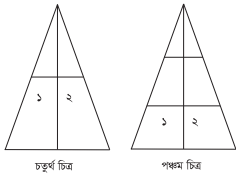
কোনো জ্যামিতিক চিত্রে ত্রিভুজের সংখ্যা গণনা

অনেক সময় আমাদের কাছে একটি চিত্র দিয়ে বলা হয় ওই চিত্রে কতগুলো ত্রিভুজ আছে বলতে হবে। চিত্রগুলো সব সময় এক ধরনের থাকে না। আমরা ধারাবাহিকভাবে বিভিন্ন ধরনের চিত্রে ত্রিভুজের সংখ্যা গণনা করার নিয়মটাই এখানে জেনে নেব।

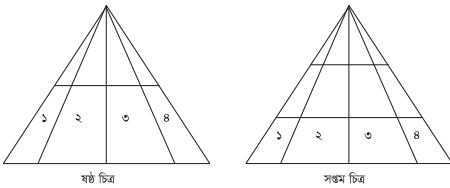
প্রথমত যে ধরনের চিত্র দেখা যেতে পারে সেগুলো এমন :



এখানে লক্ষ করি, প্রথম চিত্রে এর শীর্ষবিন্দু থেকে একটি রেখা টেনে নিচের ভূমি পর্যন্ত মূল ত্রিভুজটিকে দুটি ভাগে ভাগ করা হয়েছে। এভাবে দ্বিতীয় চিত্রটিতে শীর্ষবিন্দু থেকে ভূমির ওপর দুটি রেখা টেনে মূল ত্রিভুজটিকে তিনটি ভাগে ভাগ করা হয়েছে। একইভাবে তৃতীয় চিত্রটিকে চারটি ভাগ করা হয়েছে। এভাবে মূল ত্রিভুজ আরো অনেক বেশিসংখ্যক ভাগে করতে পারি। এ ধরনের ত্রিভুজ চিত্রে ত্রিভুজের সংখ্যা গণনা করতে প্রথমে আমরা চিত্রগুলোতে ভাগের সংখ্যা বসিয়ে নিতে পারি এভাবে : ১, ২, ৩, ...। আর ভাগসংখ্যা জানলেই আমরা পেয়ে যাব দেয়া চিত্রটিতে মোট কয়টি ত্রিভুজ রয়েছে। তাহলে প্রথম চিত্রে ত্রিভুজের সংখ্যা হচ্ছে ১ + ২ বা ৩টি। দ্বিতীয় চিত্রে ত্রিভুজের সংখ্যা হবে ১ + ২ + ৩ = ৬টি। আর তৃতীয় চিত্রে ত্রিভুজের সংখ্যা হবে ১ + ২ + ৩ + ৪ = ১০টি। এবার প্রথম চিত্রটিতে ভূমির সমান্তরাল এক বা একাধিকে রেখা টেনে আমরা ত্রিভুজটির ভাগ সংখ্যা বাড়িয়ে তুলতে পারি। যেমন ভূমির সাথে সমান্তরাল একটি রেখা টেনে ওপর-নিচে পাবে ২টি ভাগ (৪র্থ চিত্র), আর ২টি রেখা টেনে ওপর থেকে নিচে পাব ৩টি ভাগ (৫ম চিত্র)।

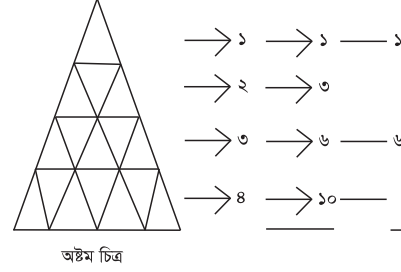


এ ধরনের চিত্রে ওপর-নিচে যতটি ভাগ বানাব, সেই ভাগসংখ্যা দিয়ে আগের ত্রিভুজ সংখ্যাকে গুণ করলে এ ধরনের চিত্রের মোট ত্রিভুজ সংখ্যা পেয়ে যাব। যেমন প্রথম চিত্রে ত্রিভুজ সংখ্যা ছিল ৩টি। অতএব চতুর্থ চিত্রের ত্রিভুজ সংখ্যা হবে $৩ \times ২ = ৬$ টি। আর ৫ম চিত্রে ত্রিভুজ সংখ্যা হবে $৩ \times ৩ = ৯$ টি। একইভাবে আমরা তৃতীয় চিত্রে ভূমির সমান্তরাল ১টি রেখা টেনে ওপর নিচে ২ ভাগ করলে পাব নিচের ৬ষ্ঠ চিত্র এবং ২টি রেখা টেনে ওপর-নিচে ৩ ভাগ করলে পাব ৭ম চিত্র।



এখানে ৬ষ্ঠ চিত্রের ত্রিভুজ সংখ্যা = (চতুর্থ চিত্রের ত্রিভুজ সংখ্যা) \times (৬ষ্ঠ চিত্রের ওপর-নিচ ভাগ সংখ্যা) = $৬ \times ২ = ১২$ টি।
আর ৭ম চিত্রের ত্রিভুজ সংখ্যা = (চতুর্থ চিত্রের ত্রিভুজ সংখ্যা) \times (৭ম চিত্রের ওপর-নিচ ভাগ সংখ্যা) = $৬ \times ৩ = ১৮$ টি।

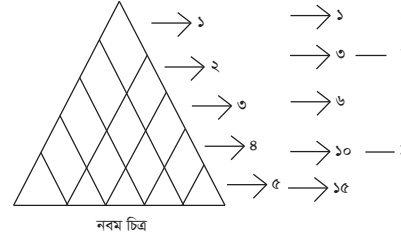
এভাবে ডানে-বামে কিংবা ওপর-নিচে এ ধরনের চিত্রে ভাগের সংখ্যা যতই হোক সহজেই একই নিয়মে দ্রুত বের করে নিতে পারব।
এবার লক্ষ করি দ্বিতীয় ধরনের ত্রিভুজ চিত্রে ত্রিভুজ সংখ্যা বের করার নিয়মটা। এগুলো হতে পারে এ ধরনের।



এ ধরনের ত্রিভুজ চিত্রে মোট ত্রিভুজের সংখ্যা জানতে হলে প্রথমে আমাদের জানতে হবে বড় ত্রিভুজটিকে ওপর-নিচে কয়টি ভাগে ভাগ করা হয়েছে। লক্ষ করি, এই চিত্রটিতে ওপর-নিচে ৪টি ভাগে ভাগ করা হয়েছে। এভাবে আমরা চিত্রের ডানে চারটি তীর চিহ্ন বসাই। প্রথম তীরটির ডানে বসাই ১, দ্বিতীয় তীরের ডানে বসাই $১ + ২ = ৩$, তৃতীয় তীরের ডানে বসাই $৩ + ৩ = ৬$ এবং চতুর্থ তীরের ডানে বসাই $৬ + ৪ = ১০$ । এবার পাওয়া ১, ৩, ৬, ১০ সংখ্যাগুলোর মধ্য থেকে নিচে থেকে ১০ বাদ দিয়ে ৬ এবং এরপর ৩ বাদ দিয়ে ১ দিয়ে ৬ ও ১ যোগ করে ৭ পাই। এবং বামের ১, ৩, ৬, ১০-এর যোগফল ২০। এর সাথে ১ ও ৬-এর যোগফল যোগ করলে পাই ২৭। এই ২৭ হচ্ছে এই চিত্রের মোট ত্রিভুজের সংখ্যা।

এবার লক্ষ করি, নিচের নবম চিত্রটিতে ওপর-নিচ কিংবা ডানে-বামে ৫টি করে ভাগ বা পার্টিশন আছে।

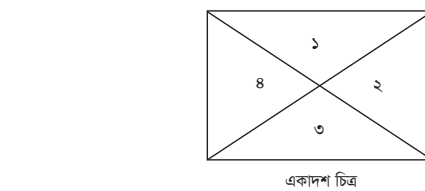
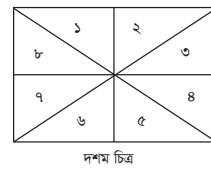
এক্ষেত্রে চিত্রটির ডানে আমাদের ৫টি তীর চিহ্ন নিতে হবে। প্রথম তীরের ডানে বসবে ১। দ্বিতীয় তীরের ডানে বসবে $১ + ২ = ৩$, তৃতীয় তীরের ডানে বসবে $৩ + ৩ = ৬$, চতুর্থ তীরের ডানে বসবে $৬ + ৪ = ১০$ এবং পঞ্চম তীরের ডানে বসবে $১০ + ৫ = ১৫$ । এখন ১, ৩, ৬, ১০, ১৫ সংখ্যাগুলো নিচে থেকে একটি বাদ দিয়ে অপরটি নিলে পাই ১০ ও ৩ এবং এদের সমষ্টি ১৩। এই ১৩-এর সাথে পূর্বে পাওয়া ১, ৩, ৬, ১০ ও ১৫-এর সমষ্টি ৩৫ যোগ করলে পাই ৪৮। অতএব এই চিত্রে মোট ৪৮টি ত্রিভুজ রয়েছে।



তাহলে এ ধরনের চিত্রে ৫টি ভাগ থাকলে ত্রিভুজ সংখ্যা ৪৮টি, ৪টি ভাগ থাকলে ত্রিভুজ সংখ্যা ২৭টি। এবং দেখা যাবে ভাগ সংখ্যা ৩টি থাকলে ত্রিভুজ সংখ্যা হবে ১৩টি।

ত্রিভুজ সংখ্যা নির্ণয়ের জন্য আরেক ধরনের চিত্র থাকতে পারে নিচের দশম চিত্রটির মতো।

এ ধরনের চিত্রে প্রথমে আমরা আলাদা দৃশ্যমান কতগুলো ত্রিভুজ আছে তার সংখ্যা নির্ণয় করব। উপরে চিত্রে রয়েছে এ ধরনের ৮টি ত্রিভুজ। এখন পুরো চিত্রে মোট ত্রিভুজের সংখ্যা হবে সরাসরি এর দ্বিগুণ। অর্থাৎ সেই ত্রিভুজ সংখ্যা হবে ৮×২ বা ১৬টি।



আর যদি চিত্রটি দশম চিত্রের মতো হতো, তবে মোট ত্রিভুজের সংখ্যা হতো $৪ \times ২ = ৮$ টি।

গণিতদাদু